

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУЛ 2016. (први термин)
- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (3а) Одредити $P(x) \cdot Q(x)$ ако је $P(x) = x^2 - 2x + 5$ и $Q(x) = x - 3$.

$$\begin{aligned}(x^2 - 2x + 5)(x - 3) &= x^3 - 3x^2 - 2x^2 + 5x + 6x - 15 \\ &= x^3 - 5x^2 + 11x - 15\end{aligned}$$

2. (8д) Скратити разломак: $\frac{ab + ac - c^2 - bc}{bc + c^2 + 2ab + 2ac}$.

$$\frac{a(b+c) - c(c+b)}{c(b+c) + 2a(b+c)} = \frac{(b+c)(a-c)}{(b+c)(c+2a)} = \frac{a-c}{c+2a}$$

3. (15) Цена робе смањена је за 25%. За колико процената треба снизити нову цену да би цена на крају била дупло јефтинија од почетне цене?

Решење: а) 33,3% б) 25% в) 66,7%

$$x \cdot 0,75 \cdot p = 0,5 \cdot x \Rightarrow p = \frac{0,5}{0,75} = 0,667$$

$$(1 - 0,667) \cdot 100 = 33,3\%$$

4. (31) 16 радника могу да ураде један насип за 15 дана. После 4 дана разболе се два радника. За колико ће, због тога, закаснити изградња насипа?

Решење: а) 2 дана б) 1,57 дана в) 1,8 дана

$$\begin{array}{l} 16 \text{ р.} \cdot 15 \text{ д.} \\ \hline 16 \text{ р.} \cdot 11 \text{ д.} \\ \hline 14 \text{ р.} \cdot x \end{array} \quad \begin{array}{l} - 4 \text{ дана} \\ x : 11 = 16 : 14 \end{array}$$

5. (33д) Решити једначину: $\frac{4x-1}{3} = \frac{4x-8}{6} + 1$.

$$x = \frac{11,16}{14}$$

Решење: а) $x = 0$ б) $x = -1$ в) $x = 1/2$

$$\begin{aligned}8x - 2 &= 4x - 8 + 6 \\ 4x &= 0 \Rightarrow x = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= 12,57 \\ 12,57 - 11 &= 1,57\end{aligned}$$

6. (43) У функцији $y = (3k + 6)x + k - 7$ одредити параметар k тако да функција буде растућа и да њен график сече негативни део y -осе.

Решење: а) $k > 7$ б) $k < -2$ в) $-2 < k < 7$

$$\begin{aligned} (3k+6) > 0 &\Rightarrow 3k > -6 \Rightarrow k > -2 \\ k-7 < 0 &\Rightarrow k < 7 \end{aligned} \Rightarrow -2 < k < 7$$

7. (456) Решити систем једначина: $2x + 3y = 23$
 $x - 2y = 1$

$$\begin{aligned} &\underline{2x + 3y = 23} \\ &x = 1 + 2y \\ &\underline{2 + 4y + 3y = 23} \Rightarrow 7y = 21 \Rightarrow y = 3 \\ &\quad \quad \quad \uparrow \\ &\quad \quad \quad x = 7 \end{aligned} \quad (x, y) = (7, 3)$$

8. (53a) Решити неједначину: $(x+1)(x+2) < (x-1)^2$.

Решење: а) $x < -1/5$ б) $x > 5/2$ в) $x < 3/4$

$$x^2 + 3x + 2 < x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 5x < -1 \Rightarrow x < -\frac{1}{5}$$

9. (59в) Упростити израз: $\sqrt[6]{128 \cdot 7^8}$.

$$\sqrt[6]{2^6 \cdot 2 \cdot 7^6 \cdot 7^2} = 2 \cdot 7 \cdot \sqrt[6]{2 \cdot 49} = 14 \cdot \sqrt[6]{98}$$

10. (616) Рационалисати израз: $\frac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{3}}$.

Решење: а) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ б) $\frac{\sqrt{7}}{2+\sqrt{3}}$ в) $2\sqrt{7} + \sqrt{21}$

$$\frac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}(2+\sqrt{3})}{4-3} = \sqrt{7}(2+\sqrt{3}) = 2\sqrt{7} + \sqrt{21}$$

11. (63ж) Израчунати: $\frac{6}{2+3i}$.

Решење: а) $\frac{2+3i}{6}$ б) $\frac{12-18i}{13}$ в) $\frac{11+3i}{5}$

$$\frac{6}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i} = \frac{12-18i}{4+9} = \frac{12-18i}{13}$$

12. (686) Решити следећу једначину: $\frac{4x}{x+3} - \frac{4x}{x^2+4x+3} = 0$.

Решење: а) $x = 1/4$ б) $x = 1$ в) $x = 0$

$$0 = 4x \cdot \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{(x+3)(x+1)} \right) = 4x \cdot \frac{x+1-1}{(x+3)(x+1)} = \frac{4x^2}{(x+3)(x+1)} \Rightarrow x=0$$

13. (726) Решити квадратну неједначину: $x^2 - 4x + 3 < 0$.

Решење: а) $x \in \{ \}$ б) $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ в) $x \in (1, 3)$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

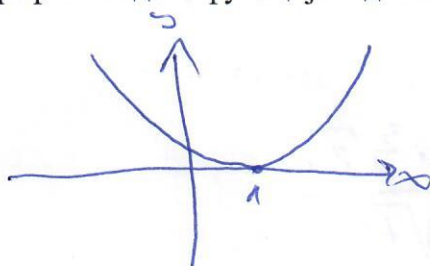
$$x_1 = 1, x_2 = 3$$



14. (74a) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик:

$$y = x^2 - 2x + 1$$

$$y = (x-1)^2$$



15. (83a) Израчунати вредност израза: $3 - \sin^2 \frac{\pi}{3} + 2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{2} - 5 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}$.

Решење: а) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ б) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ в) $\frac{7}{12}$

$$3 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2 \cdot 0 - 5 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 3 - \frac{3}{4} - 5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{36 - 9 - 20}{12} = \frac{7}{12}$$

16. (84a) Одредити вредности остале три тригонометријске функције угла α ако

$$\text{je } \sin \alpha = \frac{3}{5}, \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right).$$

$$\cos \alpha > 0 \quad \angle \in \text{I квадрант}$$

$$\operatorname{tg} \alpha > 0$$

$$\operatorname{ctg} \alpha > 0$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3}$$

17. (94a) Решити следећу једначину: $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{3x+2}{2}}$.

Решење: а) $x = 4/3$ б) $x = -4/9$ в) $x = -2/9$

$$a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{3x+2}{2}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3x+2}{2} \Rightarrow x = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow 2 = 3x + 2 \Rightarrow -4 = 9x$$

18. (95б) Решити једначину: $2^{x+1} + 2^{x+2} - 2^x = 10$.

Решење: а) $x = 2$ б) $x = 1$ в) $x = 0$

$$2^x(2 + 4 - 1) = 10 \Rightarrow 2^x \cdot 5 = 10 \Rightarrow 2^x = 2 \\ \Rightarrow x = 1$$

19. (97б) Израчунати: $\log_3 81 + 5 \log_{1/2} 16 - 3 \log_2 \frac{1}{32}$.

Решење: а) 1 б) 0 в) -1

$$\log_3 3^4 + 5 \log_2 2^4 - 3 \log_2 2^{-5} = 4 - 20 + 15 = -1$$

20. (100г) Решити једначину: $\log x = 2 \log 4 + \frac{1}{3} \log 27 - \frac{1}{2} \log 64$.

Решење: а) $x = 1/6$ б) $x = 6$ в) $x = 1$

$$\log x = \log \frac{4^2 \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt{64}}$$

$$= \log \frac{16 \cdot 3}{8}$$

$$= \log (2 \cdot 3) \Rightarrow x = 6$$

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУЛ 2016. (други термин)
- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (6a) Раставити на чиниоце следећи полином: $m^2x - n^2x + m^2y - n^2y$.

Решење: а) $(m^2 + n^2)(x + y)$ б) $(m - n)(m + n)(x + y)$ в) $(m^2 - n^2)(x - y)$

$$x(m^2 - n^2) + y(m^2 - n^2) = (m^2 - n^2)(x + y) \\ = (m - n)(m + n)(x + y)$$

2. (76) Израчунати вредност израза: $\left(\frac{15}{6}\right)^{-1} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

Решење: а) 32/45 б) 17/15 в) 23/12

$$\frac{2}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{15} + \frac{4}{9} = \frac{12 + 20}{45} = \frac{32}{45}$$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%.

Решење: а) 14250 б) 15255 в) 13125

$$15000 \cdot \left(1 + \frac{250}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{75}{100}\right) = 15000 \cdot 3,5 \cdot 0,25 = 13125$$

4. (27) Цена једног производа повећана је за 10%, а затим снижена за 10%. За колико процената се променила цена у односу на првобитну?

Решење: а) није се променила б) смањила се за 1% в) повећала се за 1%

$$x \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = x \cdot 1,1 \cdot 0,9 = x \cdot 0,99 \\ \Rightarrow 1\%$$

5. (33h) Решити једначину: $8 - 4x - \frac{2+3x}{6} = 3 - \frac{10x+5}{3}$. 1.6

Решење: а) $x = 25/7$ б) $x = 9/7$ в) $x = 38/7$

$$48 - 24x - 2 - 3x = 18 - 20x - 10 \\ 46 - 27x = 8 - 20x \\ 38 = 7x \Rightarrow x = \frac{38}{7}$$

6. (41a) Одредити параметар k тако да следећа функција буде растућа:

$$y = \frac{3k-1}{k-2}x + 2k - 1.$$

$$k \in (-\infty, \frac{1}{3}) \cup (2, +\infty)$$

Решење: а) $k \in (-\infty, 1/3) \cup (2, +\infty)$ б) $k \in (1/3, 2)$ в) $k \in \{ \}$

$$\frac{3k-1}{k-2} > 0$$

$$3k-1=0 \Rightarrow k=\frac{1}{3}$$

$$k-2=0 \Rightarrow k=2$$

$-\infty$	$1/3$	2	$+\infty$
	-	+	+
	-	-	+
	\oplus	\ominus	\oplus

$$y : x = 3 : 5$$

7. (45b) Решити систем једначина: $8x - 9y = 26$

Решење: а) $(x, y) = (15, 9)$ б) $(x, y) = (5, 3)$ в) $(x, y) = (10, 6)$

$$5y = 3x \Rightarrow \frac{5y}{3} = x$$

$$8x - 9y = 26 \xrightarrow{\frac{40y}{3}} \frac{40y}{3} - 9y = 26 / 3 \Rightarrow 40y - 27y = 78$$

$$13y = 78$$

$$y = 6$$

$$x = \frac{5 \cdot 6}{3} = 10$$

8. (54d) Решити систем неједначина: $2(x-3) - 2 > x$
 $2(x-6) + 4 > 3(x-5) - 2$

Решење: а) $x < 9$ б) $8 < x < 9$ в) $x > 8$

$$2x - 6 - 2 > x \Rightarrow x > 8$$

$$2x - 12 + 4 > 3x - 15 - 2 \Rightarrow -x > -9 \Rightarrow x < 9$$

$$\Rightarrow x > 8 \Rightarrow 8 < x < 9$$

9. (58g) Израчунати: $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-7}}{2^{-24}}$

Решење: а) $1/2$ б) 4 в) 2

$$\frac{(2^2)^{-2} \cdot (2^3)^{-7}}{2^{-24}} = \frac{2^{-4} \cdot 2^{-21}}{2^{-24}}$$

$$= \frac{2^{-25}}{2^{-24}} = \frac{1}{2^1}$$

10. (61e) Рационалисати израз: $\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}}$

$$\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}} \cdot \frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}} = \frac{9 \cdot 5 + 12\sqrt{35} + 4 \cdot 7}{9 \cdot 5 - 4 \cdot 7} = \frac{73 + 12\sqrt{35}}{17}$$

11. (63z) Извршити назначене операције: $\frac{i}{1+i}$

Решење: а) $\frac{-1-2i}{2}$ б) $-1+i$ в) $\frac{1+i}{2}$

$$\frac{i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{i - i^2}{1+i}$$

$$= \frac{i + 1}{2}$$

12. (67и) Решити следећу једначину: $16x^2 - 8x + 1 = 0$.

$$\begin{aligned} 0 &= 16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2 \Rightarrow 4x - 1 = 0 \\ &\Rightarrow 4x = 1 \\ &\Rightarrow x = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

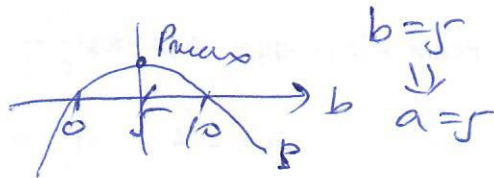
13. (72в) Решити квадратну неједначину: $x^2 + 6x + 5 < 0$.

Решење: а) $x \in (-5, -1)$ б) $x \in (-\infty, -5) \cup (-1, +\infty)$ в) $x \in \{ \}$

$$x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5)$$

14. (80) Од свих правоугаоника обима 20 cm одредити онај који има највећу површину.

$$\begin{aligned} P &= a \cdot b = (10 - b) \cdot b \\ 2a + 2b &= 20 \Rightarrow a + b = 10 \\ &\Rightarrow a = 10 - b \end{aligned}$$



15. (83в) Израчунати вредност израза: $3 \sin^2 \frac{\pi}{2} - 4 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} - 3 \cos^2 \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{2}$.

$$\begin{aligned} &3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1^2 - 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3 \cdot 0 \\ &= 3 - 4 - 3 \cdot \frac{3}{4} = -1 - \frac{9}{4} = -\frac{13}{4} \end{aligned}$$

16. (86а) Доказати идентитет: $\frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1} = 1$.

$$\frac{1 - 2(1 - \sin^2 \alpha)}{2 \sin^2 \alpha - 1} = \frac{1 - 2 + 2 \sin^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1} = \frac{2 \sin^2 \alpha - 1}{2 \sin^2 \alpha - 1}$$

17. (93в) Решити следећу једначину: $8^x = 7^{x-1} + 7^x$. $\div: 7^x$

Решење: а) $x = 0$ б) $x = 1$ в) $x = -1$

$$\begin{aligned} \frac{8^x}{7^x} &= \frac{7^x \cdot 7^{-1}}{7^x} + \frac{7^x}{7^x} \\ \left(\frac{8}{7}\right)^x &= \frac{1}{7} + 1 \Rightarrow \left(\frac{8}{7}\right)^x = \frac{8}{7} \\ &\Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

18. (95в) Решити једначину: $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$.

Решење: а) $x_1 = -1/2$
 $x_2 = 3/2$ б) $x_1 = 1/2$
 $x_2 = -3/2$ в) $x_1 = 1/3$
 $x_2 = -2/3$

$$t_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{4}$$

$$= \frac{17 \pm 15}{4}$$

$$t_1 = 8, t_2 = 2^{-1}$$

$$0 < t = 4^x, t^2 = 4^{2x} \quad 2t^2 - 17t + 8 = 0$$

$$2^{2x} = 2^3 \Rightarrow x = 3/2; \quad 2^{2x} = 2^{-1} \Rightarrow x = -1/2$$

19. (98ж) Трансформисати у збир следећи израз: $\log_a(4a^3b \cdot \sqrt{x^2y^5})$.

$$\log_a 4 + \log_a a^3 + \log_a b + \frac{1}{2} (2 \log_a x + 5 \log_a y)$$

$$= \log_a 4 + 3 + \log_a b + \frac{1}{2} (2 \log_a x + 5 \log_a y)$$

20. (100а) Решити једначину: $\log x - \log \frac{1}{x-1} - \log 2 = 0$.

Решење: а) $x = -1$ б) $x = 4$ в) $x = 2$

$$\log x \Rightarrow x > 0$$

$$\log \frac{1}{x-1} \Rightarrow x-1 > 0 \Rightarrow \boxed{x > 1}$$

$$\log x = \log \frac{1}{x-1} + \log 2$$

$$\log x = \log \frac{2}{x-1}$$

$$x = \frac{2}{x-1} \Rightarrow x(x-1) - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$$\cancel{x_1 = -1} \quad \boxed{x_2 = 2}$$

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, СЕПТЕМБАР 2016.

- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (4a) Одредити $P(x):Q(x)$ ако је: $P(x) = x^3 - x^2 - x + 10$, $Q(x) = x + 2$.

$$\begin{array}{r} (x^3 - x^2 - x + 10) : (x + 2) = x^2 - 3x + 5 \\ - x^3 + 2x^2 \\ \hline -3x^2 - x + 10 \\ -3x^2 - 6x \\ \hline 5x + 10 \\ 5x + 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

2. (96) Извршити \circ назначене операције са разломцима:

$$\frac{x-2y}{x^3+y^3} - \frac{x-y}{x^2y-xy^2+y^3} - \frac{1}{xy+x^2} = \frac{(x-2y)xy - (x-y)x(x+y) - y(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)xy}$$

Решење: а) $-\frac{x^3+y^3}{xy}$ б) $-\frac{1}{xy}$ в) $-\frac{1}{x^3+y^3}$

$$= \frac{x^2y - 2xy^2 - x^3 + xy^2 - yx^2 + xy^2 - y^3}{(x+y)(x^2-xy+y^2)xy} = \frac{-(x^3+y^3)}{(x^3+y^3)xy} = -\frac{1}{xy}$$

3. (18) Ако једну страну правоугаоне њиве повећамо за 8%, а другу смањимо за 3%, за колико ће се процената променити површина њиве?

Решење: а) повећаће се за 4,76% б) повећаће се за 5% в) без промене

$$\begin{array}{l} \boxed{\frac{a}{a}} \cdot b \quad P_1 = a \cdot b \\ \boxed{\frac{a \cdot 1,08}{a \cdot 1,08}} \cdot b \cdot 0,97 \quad P_2 = a \cdot b \cdot 1,08 \cdot 0,97 \\ = a \cdot b \cdot 1,0476 \end{array}$$

4. (216) Одредити x из пропорције: $(0,4x):0,35 = 0,72:0,07$.

$$\frac{4}{10}x \cdot \frac{7}{100} = \frac{35}{100} \cdot \frac{72}{100} / \cdot 10000$$

$$10 \cdot 4 \cdot 7 \cdot x = 35 \cdot 72$$

$$10x = 5 \cdot 18$$

$$x = 9$$

$$\begin{array}{l} (1,0476 - 1) \cdot 100 \\ = 4,76\% \end{array}$$

5. (336) Решити једначину: $3,2x - 7,3 = 4,9x - 12,4$.

Решење: а) $x = 3$ б) $x = 59/17$ в) $x = 41/17$

$$12,4 - 7,3 = 4,9x - 3,2x \Rightarrow 5,1 = 1,7x \Rightarrow x = 3$$

6. (39) У функцијама $y = (a-3)x + a - 2$ и $y = (2a+1)x - (3a-1)$ одредити параметар a тако да графици функција буду паралелни.

Решење: а) $a = \frac{1}{2}$ б) $a = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{4}$ в) $a = -4$

$$\begin{aligned} a-3 &= 2a+1 \\ -4 &= a \end{aligned}$$

7. (48) Збир два броја је 108, а њихов количник је 5:7. Који су то бројеви?

$$\begin{aligned} x+y &= 108 \Rightarrow x = 108-y & (x,y) &= (45,63) \\ x:y &= 5:7 \Rightarrow 7x = 5y \Rightarrow 7(108-y) = 5y \\ & \Rightarrow 756 - 7y = 5y \\ & \Rightarrow 756 = 12y \Rightarrow \boxed{y=63} \Rightarrow \boxed{x=45} \end{aligned}$$

8. (55e) Решити неједначину: $\frac{x-2}{x+1} \leq 0$.

Решење: а) $x \in [-5/2, -1)$ б) $x \in (-1, 2]$ в) $x \in (-\infty, -5/2] \cup (-1, +\infty)$

$$\begin{aligned} x-2 &= 0 \Rightarrow x=2 \\ x+1 &= 0 \Rightarrow x=-1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|cccc} x-2 & -\infty & -1 & 2 & +\infty \\ \hline x+1 & - & \oplus & - & \oplus \\ \hline & \oplus & \ominus & \oplus & \oplus \end{array} \quad x \in (-1, 2]$$

9. (606) Израчунати: $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^5} \cdot \sqrt[8]{x^7}$.

Решење: а) $x^{11/24}$ б) $x^{61/24}$ в) $x^{19/24}$

$$\sqrt[3]{x^2} \cdot x \cdot \sqrt[8]{x^7} = x \cdot \sqrt[24]{x^{16} \cdot x^{24}} = x \cdot \sqrt[24]{x^{40}} = x \cdot x \cdot \sqrt[24]{x^{16}} = x^2 \cdot x^{\frac{16}{24}} = x^{\frac{61}{24}}$$

10. (61j) Рационалисати израз: $\frac{7}{\sqrt{32} + \sqrt{8}}$.

Решење: а) $\frac{7\sqrt{2}}{12}$ б) $\frac{7\sqrt{2}}{24}$ в) $\frac{7\sqrt{8}}{6}$

$$\frac{7}{\sqrt{32} + \sqrt{8}} = \frac{7}{4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}} = \frac{7}{6\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{6 \cdot 2} = \frac{7\sqrt{2}}{12}$$

11. (65В) Израчунати вредност израза: $\frac{\bar{z}-3}{z+5}$ где је $z = -6 + i$.

Решење: а) $\frac{1+4i}{5}$ б) $5-4i$ в) $4+5i$

12. (69В) Саставити квадратну једначину чија су решења: $x_1 = 3, x_2 = -10$.

$$\begin{aligned} 0 &= (x-3)(x+10) \\ \Rightarrow 0 &= x^2 + 10x - 3x - 30 \\ \Rightarrow 0 &= x^2 + 7x - 30 \end{aligned}$$

13. (72Г) Решити квадратну неједначину: $-5x^2 - 19x + 4 < 0$.

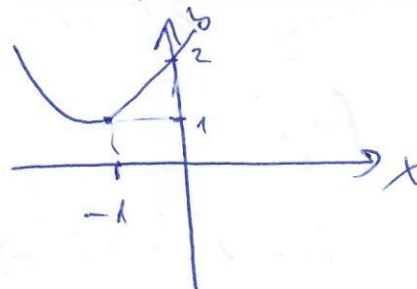


Решење: а) $x \in (-4, 1/5)$ б) $x \in (-\infty, -4) \cup (1/5, +\infty)$ в) $x \in \{ \}$

$$\begin{aligned} -5x^2 - 19x + 4 = 0 &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{19 \pm \sqrt{361 + 80}}{-10} = \frac{19 \pm 21}{-10} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = \frac{1}{5} \end{cases} \\ x &\in (-\infty, -4) \cup (\frac{1}{5}, +\infty) \end{aligned}$$

14. (75В) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик: $y = x^2 + 2x + 2$.

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2x + 1 + 1 = (x+1)^2 + 1 \\ &\quad \nabla(-1, 1) \end{aligned}$$



15. (82В) Израчунати вредност израза $\frac{2\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}}{1 + \sin^2\frac{\pi}{4}}$.

Решење: а) $\sqrt{3}/2$ б) $\sqrt{2}/3$ в) $2\sqrt{2}/3$

$$\frac{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

16. (89В) Одредити сва решења једначине: $\cos \alpha = -1/2$.

$$\alpha \in \text{II}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha \in \text{III}$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \pi - \frac{\pi}{3} + 2k\pi = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \alpha = \pi + \frac{\pi}{3} + 2k\pi = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

17. (93h) Решити једначину: $\sqrt[4]{5^{6-x}} = \sqrt[3]{5^{x+2}}$.

Решење: а) $x = 0$ б) $x = -2/7$ в) $x = 10/7$

$$\sqrt[4]{5^{6-x}} = \sqrt[3]{5^{x+2}} \Rightarrow \frac{6-x}{4} = \frac{x+2}{3} \Rightarrow 18-3x = 4x+8$$

$$10 = 7x$$

18. (95в) Решити следећу једначину: $2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0$.

Решење: а) $x_1 = 0, x_2 = 1/2$ б) $x_1 = -1/2, x_2 = 3/2$ в) $x_1 = 1, x_2 = 2$

$$0 < t = 4^x, t^2 = 4^{2x} \quad 2t^2 - 17t + 8 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{4} = \frac{17 \pm 15}{4}$$

19. (97д) Израчунати: $\log_{2/3} \frac{16}{81}$.

Решење: а) 4 б) 3/4 в) 1/4

$$\log_{\frac{2}{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 4 \log_{\frac{2}{3}} \frac{2}{3} = 4 \cdot 1 = 4$$

$$t_1 = 8 = 2^3, \quad t_2 = 2^{-1}$$

$$2^{2x} = 2^3 \Rightarrow 2x = 3 \quad \left| \quad 2^{2x} = 2^{-1} \right.$$

$$\Rightarrow x = 3/2 \quad \left| \quad 2x = -1 \right.$$

$$x = -1/2$$

20. (100ж) Решити једначину: $4 - \log_{10} x = 3\sqrt{\log_{10} x}$.

Решење: а) $x = 10$ б) $x = 1$ в) $x = 1/10$

$$t = \sqrt{\log_{10} x} \geq 0, x > 0$$

$$t^2 = \log_{10} x$$

$$4 - t^2 = 3t \Rightarrow 0 = t^2 + 3t - 4$$

$$\Rightarrow t_1 = 1, \quad t_2 = -4$$

↓

$$\sqrt{\log_{10} x} = 1$$

↓

$$\log_{10} x = 1$$

$$x = 10^1 = 10$$

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ОКТОБАР 2016.

- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (3a) Одредити $P(x) \cdot Q(x)$ ако је $P(x) = x^2 - 2x + 5$ и $Q(x) = x - 3$.

$$(x^2 - 2x + 5)(x - 3) = x^3 - 3x^2 - 2x^2 + 6x + 5x - 15 \\ = x^3 - 5x^2 + 11x - 15$$

2. (76) Израчунати вредност израза: $\left(\frac{15}{6}\right)^{-1} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

Решење: а) 32/45 б) 17/15 в) 23/12

$$\frac{6}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{15} + \frac{4}{9} = \frac{12+20}{45} = \frac{32}{45}$$

3. (18) Ако једну страну правоугаоне њиве повећамо за 8%, а другу смањимо за 3%, за колико ће се процената променити површина њиве?

Решење: а) повећаће се за 4,76% б) повећаће се за 5% в) без промене

$$\boxed{\frac{a}{b}} \cdot b \quad P_1 = a \cdot b \quad \boxed{\frac{a \cdot 1,08}{a \cdot 1,08}} \cdot b \cdot 0,97 \quad P_2 = a \cdot 1,08 \cdot b \cdot 0,97 \\ = a \cdot b \cdot 1,0476 \quad \uparrow \\ (1,0476 - 1) \cdot 100 = 4,76\%$$

4. (216) Одредити x из пропорције: $(0,4x) : 0,35 = 0,72 : 0,07$.

$$\frac{4}{10} x \cdot \frac{7}{100} = \frac{35}{100} \cdot \frac{72}{100}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{90}{100} \Rightarrow x = \frac{900}{100} = 9$$

5. (33h) Решити једначину: $8 - 4x - \frac{2+3x}{6} = 3 - \frac{10x+5}{3}$. / . C

Решење: а) $x = 25/7$ б) $x = 9/7$ в) $x = 38/7$

$$48 - 24x - 2 - 3x = 18 - 20x - 10 \Rightarrow 46 - 27x = 8 - 20x \\ \Rightarrow 38 = 7x \Rightarrow x = 38/7$$

6. (45h) Решити систем једначина: $8x - 9y = 26$.

Решење: а) $(x, y) = (15, 9)$ б) $(x, y) = (5, 3)$ в) $(x, y) = (10, 6)$

$$y = 3k, x = 5k \Rightarrow 8 \cdot 5k - 9 \cdot 3k = 26 \\ \Rightarrow 40k - 27k = 26 \Rightarrow 13k = 26 \Rightarrow k = 2$$

$$x = 10, y = 6$$

7. (53a) Решити неједначину: $(x+1)(x+2) < (x-1)^2$.

Решење: а) $x < -1/5$ б) $x > 5/2$ в) $x < 3/4$

$$x^2 + 3x + 2 < x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 5x < -1 \Rightarrow x < -1/5$$

8. (606) Израчунати: $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^5} \cdot \sqrt[8]{x^7}$.

Решење: а) $x^{11/24}$ б) $x^{61/24}$ в) $x^{19/24}$

$$\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^5} \cdot \sqrt[8]{x^7} = x \cdot \sqrt[24]{x^{16} \cdot x^{21}} = x \cdot \sqrt[24]{x^{37}} = x \cdot \frac{37}{24} = x^{\frac{61}{24}}$$

9. (61e) Рационалисати израз: $\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}}$.

$$\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{7}} \cdot \frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}}{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7}} = \frac{(3\sqrt{5} + 2\sqrt{7})^2}{9 \cdot 5 - 4 \cdot 7} = \frac{9 \cdot 5 + 12\sqrt{35} + 4 \cdot 7}{45 - 28} = \frac{73 + 12\sqrt{35}}{17}$$

10. (63ж) Израчунати: $\frac{6}{2+3i}$.

$$\frac{6}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i} = \frac{12-18i}{4+9} = \frac{12-18i}{13}$$

Решење: а) $\frac{2+3i}{6}$

б) $\frac{12-18i}{13}$

в) $\frac{11+3i}{5}$

11. (67и) Решити следећу једначину: $16x^2 - 8x + 1 = 0$.

$$0 = 16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2 \Rightarrow 4x - 1 = 0 \\ \Rightarrow 4x = 1 \\ \Rightarrow x = 1/4$$

12. (726) Решити квадратну неједначину: $x^2 - 4x + 3 < 0$.

Решење: а) $x \in \{ \}$ б) $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

в) $x \in (1, 3)$

$x \in (1, 3)$

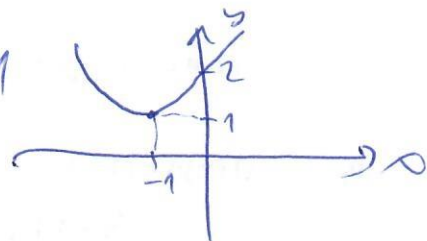
$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 3$$



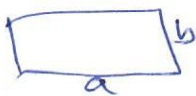
13. (75в) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик: $y = x^2 + 2x + 2$.

$$M_j = x^2 + 2x + 1 + 1 = (x+1)^2 + 1$$

$$\nabla(-1, 1)$$



14. (80) Од свих правоугаоника обима 20 cm одредити онај који има највећу површину.

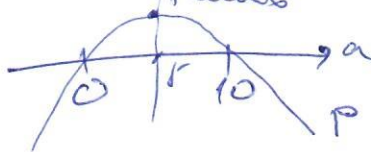


$$O = 2a + 2b = 20$$

$$a + b = 10$$

$$b = 10 - a$$

$$P = a \cdot b = a(10 - a) = 10a - a^2$$



$$a = 5, b = 5$$

15. (83a) Израчунати вредност израза: $3 - \sin^2 \frac{\pi}{3} + 2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{2} - 5 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}$.

Решење: а) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ б) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ в) $\frac{7}{12}$

$$3 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2 \cdot 0 - 5 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 3 - \frac{3}{4} - 5 \cdot \frac{1}{3} = 3 - \frac{3}{4} - \frac{5}{3} = \frac{36 - 9 - 20}{12} = \frac{7}{12}$$

16. (86a) Доказати идентитет: $\frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1} = 1$.

$$= \frac{7}{12}$$

$$\frac{1 - 2(1 - \sin^2 \alpha)}{2 \sin^2 \alpha - 1} = \frac{1 - 2 + 2 \sin^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1} = \frac{2 \sin^2 \alpha - 1}{2 \sin^2 \alpha - 1} = 1$$

17. (93b) Решити једначину: $\sqrt[4]{5^{6-x}} = \sqrt[3]{5^{x+2}}$.

Решење: а) $x = 0$ б) $x = -2/7$ в) $x = 10/7$

$$5^{\frac{6-x}{4}} = 5^{\frac{x+2}{3}} \Rightarrow \frac{6-x}{4} = \frac{x+2}{3} \Rightarrow 18 - 3x = 4x + 8 \Rightarrow 10 = 7x \Rightarrow x = 10/7$$

18. (956) Решити једначину: $2^{x+1} + 2^{x+2} - 2^x = 10$.

Решење: а) $x = 2$ б) $x = 1$ в) $x = 0$

$$2^x(2 + 4 - 1) = 10 \Rightarrow 2^x \cdot 5 = 10 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$$

19. (98ж) Трансформисати у збир следећи израз: $\log_a(4a^3b \cdot \sqrt[7]{x^2y^5})$.

$$\begin{aligned} & \log_a 4 + \log_a a^3 + \log_a b + \frac{1}{7}(2 \log_a x + 5 \log_a y) \\ &= \log_a 4 + 3 + \log_a b + \frac{1}{7}(2 \log_a x + 5 \log_a y) \end{aligned}$$

20. (100г) Решити једначину: $\log x = 2 \log 4 + \frac{1}{3} \log 27 - \frac{1}{2} \log 64$.

Решење: а) $x = 1/6$ б) $x = 6$ в) $x = 1$

$$\log x = \log \frac{4^2 \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt{64}} \Rightarrow \log x = \log \frac{16 \cdot 3}{8} \Rightarrow \log x = \log 6 \Rightarrow x = 6$$

